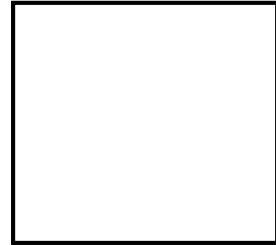




COLEGIO PARTICULAR LEONARDO DA VINCI
UNIDAD ACADÉMICA II
CALAMA
PROFESOR: Yerko Echeverría A.



EVALUACIÓN SUMATIVA MATEMÁTICA

Nombre: Curso: 4½ Fecha: 26/04/2007

Puntaje ideal: 40 Puntaje real: _____ Puntaje obtenido: _____

Contenido : Funciones Logarítmico y Exponencial

- A continuación se presenta un set de problemas referidos a la aplicación de las funciones logarítmico y exponencial. Ud. debe desarrollar cada uno de éstos indicando el valor obtenido en la hoja de respuesta anexa a esta evaluación.

A considerar:

- Tus resultados deben estar debidamente justificados
- Tus respuestas con lapicera
- No se aceptan consultas
- Dispone de a lo más 90 minutos

Suerte



1. En su libro “Teoría Matemática de las Comunicaciones”, Shannon y Weaver definen lo siguiente:

$$H(p_1, p_2, \dots, p_n) = -p_1 \log(p_1) - p_2 \log(p_2) - \dots - p_n \log(p_n)$$

Donde p_i (cualquier p) son números entre 0 y 1 y cuya suma es 1.

Calcula:

a) $H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

b) $H\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \cdot H\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$. ¿Alguna relación con a)?

c) Demuestra que: $H(p_1, p_2, \dots, p_n) = p_1 \log\left(\frac{1}{p_1}\right) + p_2 \log\left(\frac{1}{p_2}\right) + \dots + p_n \log\left(\frac{1}{p_n}\right)$

6 puntos

2. Encuentra el valor de la incognita en cada caso:

a) $\log_2 x = -\frac{3}{5}$

b) $e^{\log e^{100}} = x$

4 puntos

3. Resuelve sin usar calculadora

a) $\log_2 \frac{1}{16} =$

b) $\frac{1}{2} \log_{13} \sqrt{13} =$

4 puntos

4. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)
$$\begin{aligned} \log x + \log y &= 4 \\ \log x - \log y &= 1 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 5^{x+y} &= \frac{1}{625} \\ 3^{x-y} &= 243 \end{aligned}$$

6 puntos

5. Estudios en laboratorios han logrado proyectar el crecimiento de una cierta especie de conejos, asunto de vital importancia en el caso de que se quisiera introducir esta especie en un determinado ecosistema. Los científicos propusieron la siguiente expresión matemática de crecimiento:

$$C(t) = C_0 \cdot (1+i)^t$$

En que C_0 es la cantidad inicial de conejos por introducir en el ecosistema, i la tasa de crecimiento, t el tiempo en años y $C(t)$ la cantidad de conejos en un determinado periodo t .

Si se tienen datos de que al cabo de 5 años y con 1.000 conejos la población de conejos era de 3.712, ¿cuál fue la tasa de crecimiento de esta especie de conejos?

6 puntos

6. Una población de bacterias crece en un 10% cada día. Un estudio sobre cierto cultivo indica que el crecimiento de la población P , después de x días, está dada por la fórmula $P = 5.000 \cdot e^{0,17x}$.

- a) ¿Cuántas bacterias había en un comienzo?
- b) ¿Cuál es el número de bacterias después de 5 días?
- c) ¿Cuánto tiempo debe pasar para alcanzar una población de 20.000 unidades?

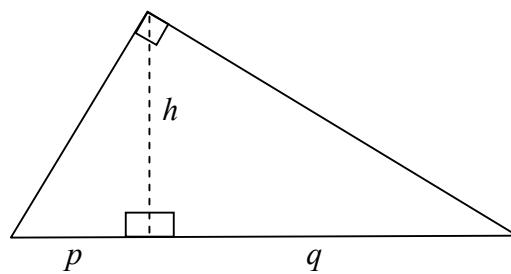
6 puntos

7. La función $f(x) = \frac{1}{2}(e^{ax} + e^{-ax})$; $a > 0$ describe algunos fenómenos como la curva de los tendidos eléctricos o los cables de los puentes colgantes.

Resuelve la ecuación $f(x) = 1$ para $a = 1$.

3 puntos

8. Demuestra que $\log_h q + \log_h p = 2$



5 puntos

HOJA DE RESPUESTAS

PROBLEMA N° 1

a)

R:

b)

R:

c)

R:

PROBLEMA N° 2

a)

R:

b)

R:

PROBLEMA N° 3

a)

R:

b)

R:

PROBLEMA N° 4

a)

R:

b)

R:

PROBLEMA N° 5

R:

PROBLEMA N° 6

R:

PROBLEMA N° 7

R:

PROBLEMA N° 8

R: